

— 平成 15 年度 情報工学専攻 博士論文発表会 概要 —

Transformational Approach to Inverse Computation in Term Rewriting (項書換えにおける逆計算へのプログラム変換アプローチ)

情報工学専攻 西田 直樹 (坂部研究室)

本論文では、プログラム変換により項書換え系の逆計算に取り組む。

与えられたプログラム (関数) の逆計算とは、そのプログラムの出力から元の入力の値を求めることである。プログラム理論における逆計算への取り組みは、チューリング機械の生成とテストへのアプローチとして始められ、プログラムの基本的な演算の 1 つとして研究されたが、その計算は発見的な手法であった。そこで、自動的な逆計算のさまざまな手法が研究されてきた。最近では、ソフトウェア検証へのアプローチとしても研究されている。一方、計算理論では逆計算を意味論上の単一化として捉え、等式の単一化問題へのアプローチとして研究された。

アルゴリズムによる逆計算へのアプローチは逆計算インタプリタと呼ばれ、与えられたプログラムとその出力から元の入力を計算する。それに対し、逆計算コンパイラはプログラム変換によるアプローチであり、元のプログラムの出力からその入力を計算する演算を定義するプログラムを生成する。そのように生成されたプログラムを元のプログラムの逆計算プログラムと呼ぶ。いったん逆計算プログラムを生成しておけば、その生成したプログラムを動作させて逆計算に相当する計算を何度でも行うことができる。

本論文では、項書換え系 (TRS) の逆計算コンパイラを提案する。逆計算の対象としてまず、プログラム変換の対象としてしばしば用いられる Pure Treeless 関数を定義する TRS (PT-TRS) を扱う。Pure Treeless 関数の特徴は入れ子の関数呼び出しができないことである。そのため Pure Treeless 関数はプログラム変換では非常に扱いやすい一方で、定義できる関数のクラスは計算可能な関数のクラスより狭い。そこで、PT-TRS より真に広く、計算能力が万能である構成子 TRS を対象とするように拡張した逆計算コンパイラを与える。

本論文で提案する PT-TRS と構成子 TRS の逆計算コンパイラのいずれも 2 つの変換から構成される。前半の変換は事実上の逆計算コンパイラとみなせるプログラム変換であり、入力 of TRS からその逆計算プログラムである条件付き TRS (CTRS) を生成する。後半の変換は、生成した CTRS から、右辺のみにしか現れない変数 (余剰変数) を持つこと許された TRS (EV-TRS) への、入出力の動作の等価性を保つプログラム変換である。また、逆計算コンパイラの正しさとして、前半の変換で生成した CTRS が入力 of TRS の逆計算プログラムであること、後半の変換後の EV-TRS の書換えが変換前の CTRS での逆計算に相当する書換えに対して健全かつ完全であることを示す。EV-TRS は非決定的な演算を定義できるので、一対多の演算も定義できる。よって、本論文のアプローチでは多対一関数の逆計算も扱うことができる。

本論文ではさらに、入力 of TRS と生成した逆計算 EV-TRS の双方の構文的性質の間関係を明らかにする。それらの中で、3 つの重要な関係が示される。1 つは、生成される逆計算 EV-TRS は構成子 EV-TRS に属することである。もう 1 つは、入力 of TRS が消滅的でない (各規則の両辺に現れる変数の集合が等しい) ならば、生成される EV-TRS は TRS になることである。最後の 1 つは入力 of 左線形 (右線形) ならば、生成される EV-TRS は右線形 (左線形) になることである。多くの一階の関数型言語ではプログラムに左線形性を仮定しているため、それらから生成される逆計算 EV-TRS は右線形になる。

計算の停止性は重要な性質の1つである．よって，生成した逆計算プログラムが余剰変数を持たない場合，すなわち TRS である場合に，その最内書換えが停止するための入力（消滅的でない TRS）の各規則の深さに関する条件を与える．生成される逆計算 TRS の書換え系列では最内リデックスしか現れないので，最内書換えの停止性が逆計算の停止性とみなせる．各規則が満たすべき条件とは，

- 右辺の先頭記号は被定義記号でないこと，
- 右辺が変数のときは左辺の深さが 2 以下，そうでないときは左辺の深さが，右辺の先頭から変数もしくは被定義記号までの最も短い経路に現れる記号の数以下であること，

である．

生成した逆計算プログラムが TRS であるならば，書換えにより計算ができる．しかし，余剰変数を持つ EV-TRS を用いた実用的な計算をする場合，EV-TRS の書換えには 2 つの大きな問題がある．1 つは余剰変数を持つ規則による書換えは，変数の名前が異なるだけの項を等価とみなしたとしても，無限分岐となることである．もう 1 つは，1 つでも余剰変数を持つ EV-TRS の書換えには停止性がないことである．本論文で生成する逆計算プログラムは EV-TRS に属するので，これら 2 つの問題を解決した EV-TRS の書換えの模倣の手法が必要である．

そこで，EV-TRS の書換えを模倣するために，余剰変数にはそれまでに使われていない新しい変数をそれぞれ代入するように制限したナローイングにより，EV-TRS の書換え系列を変数のない項（基礎項）から始まるナローイング系列で模倣できることを示す．EV-TRS の書換え系列が模倣できるための条件は，EV-TRS が右線形であること，もしくはその書換え系列では余剰変数に代入されて出現したどのリデックスも書き換えられていないことである．ナローイングは変数の名前替えを法として有限分岐であり，基礎項からのナローイングが停止する EV-TRS も存在するので，EV-TRS の書換えが持つ 2 つの問題は解消される．また，TRS の基礎項上のナローイング関係は書換え関係と等価であるので，逆計算の対象とした TRS もナローイングにより動作させることができる．これは，本論文で提案する逆計算コンパイラの入力と出力のプログラムを同一体系上で動作させることができることを意味する．

本論文の逆計算コンパイラによって生成される EV-TRS はナローイングにより動作させられるので，本論文では（基礎項からの）ナローイングが停止することを証明する 2 つの手法を提案する．1 つの手法は，被定義記号の呼び出し関係に基づく手法である．もう 1 つの手法は，TRS の書換えの停止性を証明するための依存対を用いた手法に基づく．これらの手法は，構成子 EV-TRS もしくは右線形な EV-TRS の基礎項からのナローイングの停止性の証明に有効である．

多対一関数の逆演算が一對多であることからわかるように，逆計算の解が唯一であるとは限らない．よって，すべての解を得るには全解探索をする必要がある．しかし，全解探索の計算量は大きい．そこで，本論文では，EV-TRS が右線形である場合には，ベーシックナローイングで全解探索が可能であることを示す．ベーシックナローイングはナローイングよりも探索空間が小さいことは知られているので，ベーシックナローイングを用いることで全解探索の効率化を図ることができる．先にも述べたように，実用的な関数型プログラムをモデル化した TRS の逆計算 EV-TRS は右線形であるので，この結果は逆計算の効率化に対し非常に有効である．さらに，線形な構成子 EV-TRS に対しては，最内ナローイングによりすべての解を得られることも示す．

本論文では，逆計算コンパイラの拡張として，部分逆計算にも取り組む．部分逆計算とは，与えられたプログラムとその出力と既知の入力から，残りの入力を計算することである．構成子 TRS の逆計算コンパイラを，その部分逆計算を行う CTRS を生成するように拡張する．これにより，加算や乗算を定義する TRS から減算や除算を定義する (EV-)TRS を自動的に生成することが可能となる．

最後に，提案した逆計算コンパイラによって生成される逆計算 EV-TRS の応用例を与える．これらの応用例は，逆計算インタプリタにはない特長を示す．