

平成 22 年度 情報工学コース卒業研究報告要旨

石井（克）研究室	氏 名	佐藤 亮介
卒業研究題目	三重対角行列を係数行列にもつ連立一次方程式の解法のスレッド並列化	
<p>流体现象などをシミュレーションする際に用いられる代表的な手法である有限差分法や有限要素法は、疎行列を係数行列として持つ線形方程式を解くことに帰着される。中でも ADI 法などで解を求める時などに出現する、三重対角行列は主要な疎行列の一つである。また反復法などで係数行列が変化しない連立一次方程式を繰り返し解く場合は、その繰り返し解く反復部分がおける計算時間の主要な部分を占める。そのため、連立一次方程式を高速に解くことは非常に重要である。本研究では三重対角行列を係数行列に持つ連立一次方程式の計算を、大規模共有メモリを持つスーパーコンピュータシステムを用いてスレッド並列化により複数のプロセッサに計算を分散させることで高速に解くことを目的とする。</p> <p>連立一次方程式を複数回解くときの主要な解法として LU 分解法がある。LU 分解法は連立一次方程式 $Ax = f$ に対して係数行列 A を下三角行列 L と上三角行列 U に分解して前進代入、後退代入を行うことで x を求める方法であり、係数行列を L と U に分解する部分は一度行えば良いため、有効なアルゴリズムである。しかし、通常前進代入、後退代入においてそれぞれ解の依存が発生し、前の解の値が次の解の値を求める際に必要になるため、求解を並列に行うことができない。提案するアルゴリズムでは、LU 分解を施した方程式を解く前に、解の依存間隔を減らす処理を加えることで並列に計算することを可能にする。三重対角行列を LU 分解したときに下三角行列 L に注目すると、ある行 n には $n-1$ 列目と n 列目に非零要素をもつため、$n-1$ 行目で解を求めないと n 行目を解くことができない。そこで n 行 $n-1$ 列目の要素を $n-1$ 行目 $n-1$ 列目の要素を用いて消去する。この操作を行うと n 行目は $n-2$ 行目と解が依存している。同様の操作を繰り返すことで、解の依存間隔を減らす。上三角行列 U についても、$n+1$ 行目を用いて同様に消去する。この手法はサイクリックリダクション法を参考にしており、解の依存間隔が減ることで、前進消去、後退代入を並列に計算することができるようになる。またこの方法では係数行列を操作した際に方程式の右辺 f を更新する必要があるが、この部分も並列に計算できる。</p> <p>本研究では、スレッド並列プログラミング言語として OpenMP を使用した。OpenMP が使用できない環境で注釈行として無視される、のため並列環境と非並列環境でほぼ同一のソースコードを使用でき、また異なるスレッドが同一のデータを同じアドレスで参照できるという利点がある。分散メモリ環境の並列コンピューティングでよく用いられる MPI では明示的にプロセッサ間のデータの通信をプログラム中に記述する必要があるが、OpenMP は共有メモリ環境であるから大きなデータの移動を行わずにすむので高い効率が期待できる。</p> <p>本研究では、提案するアルゴリズムに基づいたスレッド並列化を実現したプログラムを作成し、三重対角行列を係数行列に持つ連立一次方程式 $Ax = f$ を対象に計算を行い、計算時間を計測した。なお、x, f の要素数及び A の行、列の要素数は約数十万とした。計測の結果、並列化を行わない場合の結果と比べ、高速に解を求めることができた。</p>		