

平成 16 年度 情報工学コース卒業研究報告要旨

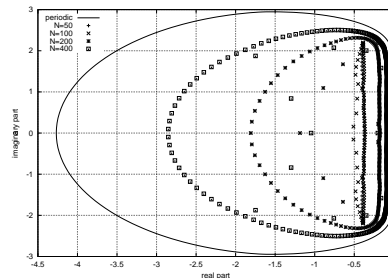
石井(克) 研究室	氏 名	松岡和哉
卒業研究題目	高解像度差分スキームの安定性の評価	

1980 年以降、流体の数値シミュレーションは乱流や渦運動などの基礎研究の手法の 1 つへと発展している。有限差分法はスペクトル法に比べて、精度が不十分であるが計算量が小さいため、有限差分法は流れの計算に広く用いられている。小さなスケールにおいて同じステンシルサイズで他のスキームより高精度である Pade 差分スキームが 1930 年代に提案されているが、計算量が多くなるため従来はあまり使用されなかった。しかし、1992 年 Lele により一般化されたコンパクト差分スキーム (CD) が研究され、従来の精度に加えてフーリエ展開における精度を示す解像度が高くなることが示され、音波の伝播や乱流の問題に適用されている。これを改良して、1998 年に Chu と Fan により CD と同程度の計算量でより高解像度な結合コンパクト差分スキーム (CCD) が提案された。本研究では、近年提案された高解像度スキームについて安定性を調べる。

ある現象の時間発展を数値シミュレーションするとき、時間発展するにつれて物理量の振幅が大きくなると、波は発散してしまい結果を得ることができない。このため、波が発散しないスキームを安定であるという。CD スキームの安定性については、Lele(1992) や Pirozzoli(2002) によって行われているので、CCD スキームを中心に安定性の評価を行う。

移流方程式を数値的に解くためにスキームを用いるとき、用いられる係数行列の固有値を求めることにより、スキームの安定性が評価できる。CCD スキームでは、係数行列が正方行列でないため射影により正方行列を得て安定性解析を行った。スキームが安定であるためには、得られた固有値の実部が 0 以下である必要がある。しかし、実部が小さくなるにつれダンピングが大きくなる。また、得られた固有値の虚部は解像度に対応している。よって、得られた固有値の実部が 0 に近い負の値のまま虚部がより大きなスキームがダンピングの少ない安定な高解像度スキームである。

CCD スキームの周期境界問題 (実線)、固定境界問題 (点線) の固有値分布の例を図に示す。ここで、格子間隔は 1 とした。縦軸が虚部、横軸が実部である。



この図から、格子間隔を基準として、周期境界の場合、ダンピングがないまま (固有値の実部が 0) 周波数が 2 近くまで解析が行え、固定境界の場合でも、ダンピングが少しあるが小さいまま (固有値の実部が 0 に近い値) 周波数が 2 近くまで解析が行えることがわかる。

本研究の結果から、周期境界でのスキームはダンピングが少なく安定であると確認された。固定境界でのスキームの解像度は内部で用いられているスキームの解像度に影響され、境界付近で用いられるスキームにより、スキームのダンピングつまり安定性が変化するため、適切な境界スキームの選択が重要であると結論される。