

# コンピュータグラフィクス

## 概要

コンピュータグラフィクスの基本的手法について実験を行い、3次元物体の定義, 表示方法について理解する。表示については特にレイトレーシング法を学ぶ。

## スケジュール

- 1日目 3次元空間と3次元物体の定義
- 2日目 レイ（光線）の追跡
- 3, 4日目 物体のアフィン変換と透明物体への対応

## 目次

1. 目的 .....	1
2. 解説 .....	1
2.1 モデリング .....	1
2.2 レンダリング .....	2
3. 実験方法 .....	5
3.1 ソフトウェアについて .....	5
3.2 実験の具体的内容 .....	6
4. レポートの書き方 .....	9
参考図書 .....	10

## 作成者

齋藤豊文  
清水昭伸

## 作成日

初 版：1994/ 2/ 8  
第二版：1996/ 8/10  
第三版：2001/ 8/15

# 1. 目的

ワークステーションを用いて、コンピュータグラフィックスの基本的な手法のいくつかについて学習する。

## 2. 解説

コンピュータグラフィックス (CG) は計算機を用いて画像を生成する技術、または生成された画像のことを言う。CGは数多くの分野で応用されている。機械、建築におけるCADシステムや化学の分野における反応のシミュレーション、流体の流れの可視化、医学における3次元CT画像の表示などのほか、TVゲームや芸術などにも用いられている。また、最近では、計算機の中に構築された仮想的な空間の中を自由に操作する仮想現実 (Virtual Reality) などにも良く知られている。

CGには様々な手法が存在するがここでは3次元空間に定義された物体を2次元画像上に表現する手法について述べる。この場合手順は2つの段階に分けて考えられる。1つは物体の形状を定義する段階であり (Modeling)、もう一つはその物体を表現する段階である (Rendering)。3次元物体の形状の入力には、形状編集のできるソフトウェアを用いて入力する方法や計算機に自動生成させる方法、3次元入力装置を使う方法などがある。物体の表現手法も数多く存在し、いろいろな手法がそれに適した分野で用いられる。

### 2.1 モデリング

モデリングとは、CGによって表現しようとする物体の表面形状、性質データを作成することをいう。

#### 2.1.1 3次元形状の入力

##### (1) 手入力 (対話的編集)

座標値などを直接入力することも可能であるが、通常は形状作成用のツールを用いる。図形の編集方法には様々な手法が考えられている。

##### (2) 3次元入力デバイスの使用

3次元形状を直接入力できるデバイスや、ステレオ画像などから3次元データを得る。

##### (3) 計算機による自動生成

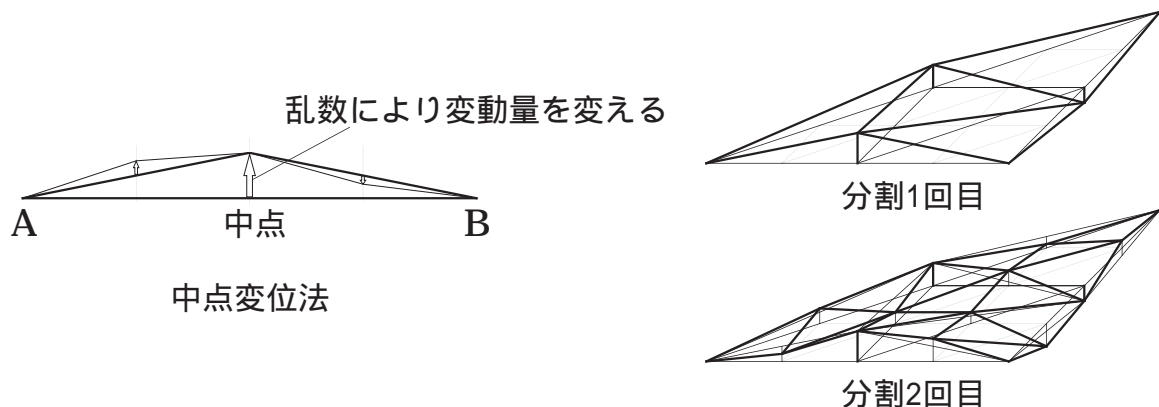


図1 フラクタル図形

いくつかのパラメータを与えることにより計算機上で希望する形状を自動生成する。地形や樹木などの表現にしばしばフラクタル（図1）を用いた手法が適用される。フラクタルはマンデルブロによって作り出された理論である。フラクタル図形の特徴の一つは、自己相似性である。自己相似性は、全体の形状が細部の形状にも繰り返し現れるものである。CGでよく用いられる図形生成手法は中点変位法である。この方法はある辺の中点の高さを乱数によって上下させながら、図形を分割していくというものである。この手法により、山岳形状など自然物体に似た図形を生成することができる。

### 2.1.2 物体定義の手法

各々の物体の定義の方法にもいくつかが存在する。

#### (1) ワイヤフレーム

立体を輪郭線群により表現する。立体データの入力方法が簡単で、かつ複雑な立体も容易に取り扱えるが、線図形表示のため高品質な画像表現が行えない。しかし、ワイヤフレームモデルは、高速な表示が可能のため、サーフェスモデルを作成する前のシミュレーションとしても利用される。

#### (2) サーフェスモデル

立体を多角形群により表現する。立体を構成する面単位に、頂点の座標点列としてコンピュータ内に保存される。複雑な物体に対しても、モデルの構成が可能である（図2）。

#### (3) ソリッドモデル

ソリッドモデル（CSG表現：Constructive Solid Geometry Representation）は、立方体、球、円筒などの基本図形に集合演算などの操作を施し、最終的に複雑な立体を構成する方式である（図3）。

#### (4) 3次元配列

CT装置からの出力、各種計算結果（流体解析など）など、データが3次元配列として表される。データ量が大きくなりがちである。

## 2.2 レンダリング

コンピュータグラフィクスとは、視点へ至る空間中の光の振る舞いを計算によって求める手法である。はじめに、視点位置、視野角度、光源の大きさ、明るさ、位置などを設定する必要がある。

### (1) 投影法

作成した3次元データを2次元画像へ変換することを投影という。視線と投影面の関係

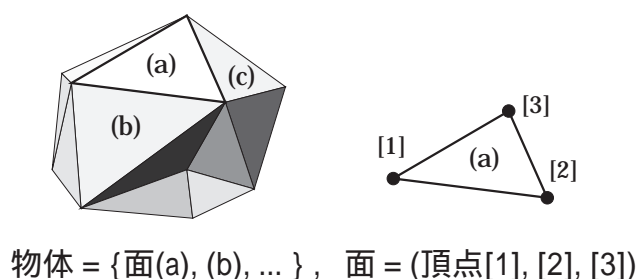


図2 サーフェスモデル

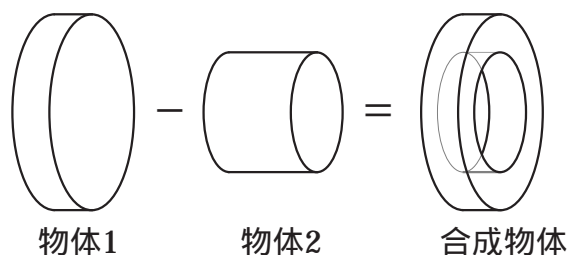


図3 ソリッドモデル

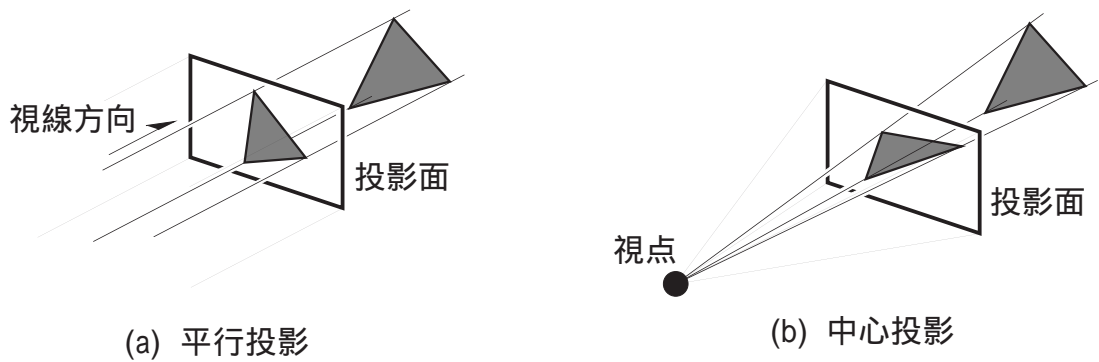


図4 投影方法

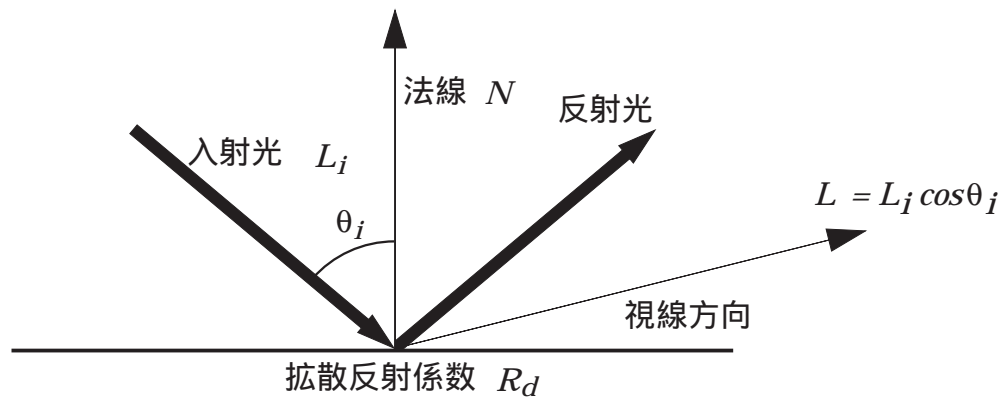
から以下の2種類がある。

(i) 平行投影法 (図4(a))

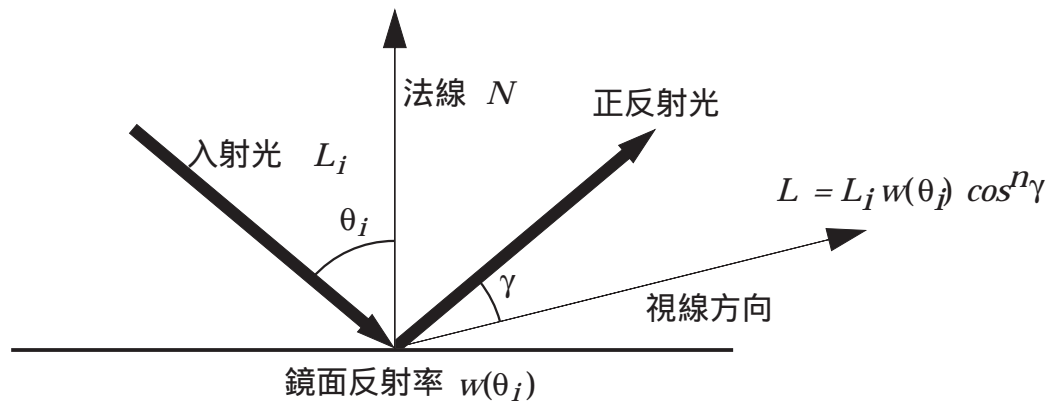
視線は全て平行である。計算量は中心投影法に比べ少なくなるが、奥行感がなくなるという欠点がある。中心投影法の特殊な場合であるとみなすこともできる。

(ii) 中心投影法 (図4(b))

視線が1点で交わる。視点から遠い物ほど小さく表示され、自然な感じの画像が生成される。投影面と視点の位置関係により、遠近感を変えることができる。

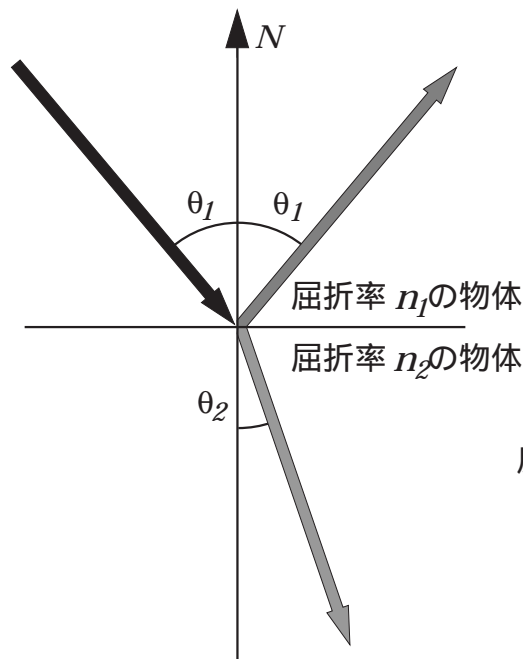


(a) 拡散反射



(b) 鏡面反射

図5 反射モデル



入射角と屈折角の関係（スネルの法則）

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

反射光の入射光に対する割合（フレネルの法則）

$$k = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \right\}$$

図6 反射と屈折

## (2) 反射モデル

物体表面での光の反射には大きく分けて以下の2種類がある。また、透明な物体も存在する。

### (i) 拡散反射面（図5(a)）

紙などのように、表面の明るさが光源と表面の位置関係によって決定する面。表面と視点の位置関係は表面の輝度に無関係である。表面の色などを反映した反射光となる。

### (ii) 鏡面反射面（図5(b)）

金属やガラスなど特定の方向に入射光を反射、屈折する面。反射光の色は基本的には入射光のみで決定し表面の色などは影響しない。

### (iii) 透明物体（図6）

ガラスなどの透明物体では、反射光の他に、屈折光（透過光）が存在する。

## (3) シェーディング方法

### (i) フラットシェーディング

面内の法線方向が一定であるとして面の反射光強度を求める方法。平行光線の場合、面内の反射光強度は同一になる。点光源などを仮定した場合、光源との位置関係で強度が変化する。

### (ii) スムースシェーディング

フラットシェーディングでは面のつなぎ目が滑らかではなくなるため、各頂点の輝度値から線形補間を用いて多角形内部の輝度値を決定する方法（グーローシェーディング）や、各頂点の法線ベクトルを用いて多角形内部の各点の法線ベクトルを求める手法（フォンシェーディング）などが考案されている。

### (iii) レイトレーシング

レイトレーシングは、金属やガラスなどを表現するのに適した手法である。視点へ入射する光線の強度を、光線の通路に沿って追跡し、光線強度を積算していく手法である。通常は視点から投影平面のある画素を見た方向へ光線を追跡する。光線が透明物体に当たると反射光と透過光に分かれる。また、拡散面に当たった場合は追跡は終了、またはその場所が影であるかどうかの判定を行う（その位置から光源が見えるかどうかを調べる）。これより、レイトレーシングの1画素に対する追跡は、2分木で表される。木の葉（終端）には、拡散面の明るさが格納される。枝は減衰率などが記録される。各終端の明るさにそれへ至る各枝の減衰率を掛けたものを木全体について積算したものが画素に輝度として与えられる。

### (iv) ラジオシティ

光線追跡法が金属など鏡面反射光を対象としているのに対して、ラジオシティ法は拡散反射光による間接光の強度を計算する。ぼんやりとした光と影を表現できる。

## (4) 光源モデル

物体を照射する光は、光源から直接入射する直射光と、他の物体などに反射してから入射する間接光とに分けることができる。間接光は環境光とも呼ばれ、一定の明るさであると仮定することもあるが、ラジオシティ法のように間接光をより精密に計算する方法もある。

### (i) 平行光線

一定の強度の光線が一定の角度から照射しているとするモデル。入射光強度、方向と物体位置は無関係である。

### (ii) 点光源

点光源からの入射光強度は、光源からの距離が大きくなるに従って低下する。

### (iii) 大きさを持つ光源

線光源、面光源などのように、ある一定の大きさを光源が持っているとする。これらは点光源の集まりとして考えればよい。

## (5) 隠面処理

物体を表示する場合、視点に対して、手前に存在する物体に隠されて見えなくなる面や線を消去する必要がある。この処理を隠面処理（隠面・隠線処理）という。このための手法としてはZ-バッファ法が多く用いられている。この手法では、Z-バッファと呼ばれる、視点からの奥行き（Z-値）を記憶しておくための2次元配列を用意しておき、面や線を描画しようとする場合には、描こうとする点の奥行き値とZ-バッファに記憶されている値とを比較して、手前にあれば描画を行い、Z-バッファを更新する。



## 3. 実験

### 3.1 ソフトウェアについて

本実験では、プログラミング言語にC言語を用いる。実験を円滑に進めるために必要と考えられる基本的な関数はライブラリとして用意されているのでこれらを適宜利用してよい。

Cプログラムは Textedit, emacs など各自使いやすいエディタで編集すること。コンパイラは、例えばファイル名が “ test.c ” の場合は、

```
ccjikken test ↵
```

で行う。コンパイルが終了すると、“test”という実行ファイルが作成されるので、

```
test ↵
```

と入力し、実行させる。

作成した画像を表示するための関数ライブラリとして“Glib” という名称のライブラリが提供される。“Glib” の使用方法（関数名、関数仕様など）は別途提供するのでそちらを参照すること。

### 3.2 実験の具体的内容

本実験では、2.2 (3) の (iii) で説明したレイトレーシング法によりCGを作成するが、以下の日程を目安に進める。

#### [ 1日目 ] 3次元空間と3次元物体の定義

- 適当な3次元空間と右手系の直交座標系（ワールド座標系  $(O; \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  ( $O$ : 原点、 $\mathbf{e}_i$  ( $i=1,2,3$ ): 第  $i$  軸の単位ベクトル) と呼ぶ) を考え、そこに楕円体と三角錐を定義する。つまり、楕円体では中心座標と各軸方向の半径、また、三角錐は各面ごとに3つの頂点を定義する。また、2つのベクトル  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$  を含む平面を地面とし、原点を中心とする半径  $r$  の球で、 $\mathbf{e}_3$  成分が正の部分（半球）を空とする（図7参照）。
- 次に、ワールド座標系を用いて視点と投影面（視点を含まない）を定義する。具体的には、視点の座標、投影面内の2つの直交ベクトル  $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2$  と原点  $O'$  を定義する。  
( $\mathbf{e}'_3 = \mathbf{e}'_1 \times \mathbf{e}'_2$  とすると、 $(O'; \mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$  も一つの直交座標系をなす)
- さらに、投影面上に長方形の表示範囲を定義するが、この時、視点と表示範囲の四隅を結んだ直線で定義される領域（視体積）内に、前述の楕円体などの物体が納まるようにする。なお、作成する画像の一辺の大きさは、最初は128～256 (画素) 程度とするが、これと表示範囲の大きさとの関係で決まる画素間隔に注意し、物体の投影像が適当な大きさになるようにする。
- 最後に、半径  $r$  の半球内に長方形の光源を一つ定義する。具体的な大きさや位置については適当に決める。

(注：上記のほとんどのパラメータは、後で変えることを前提にプログラミングしておいた方が良い。また、2日目の実験内容についてもあらかじめ理解しておくことを奨める。)

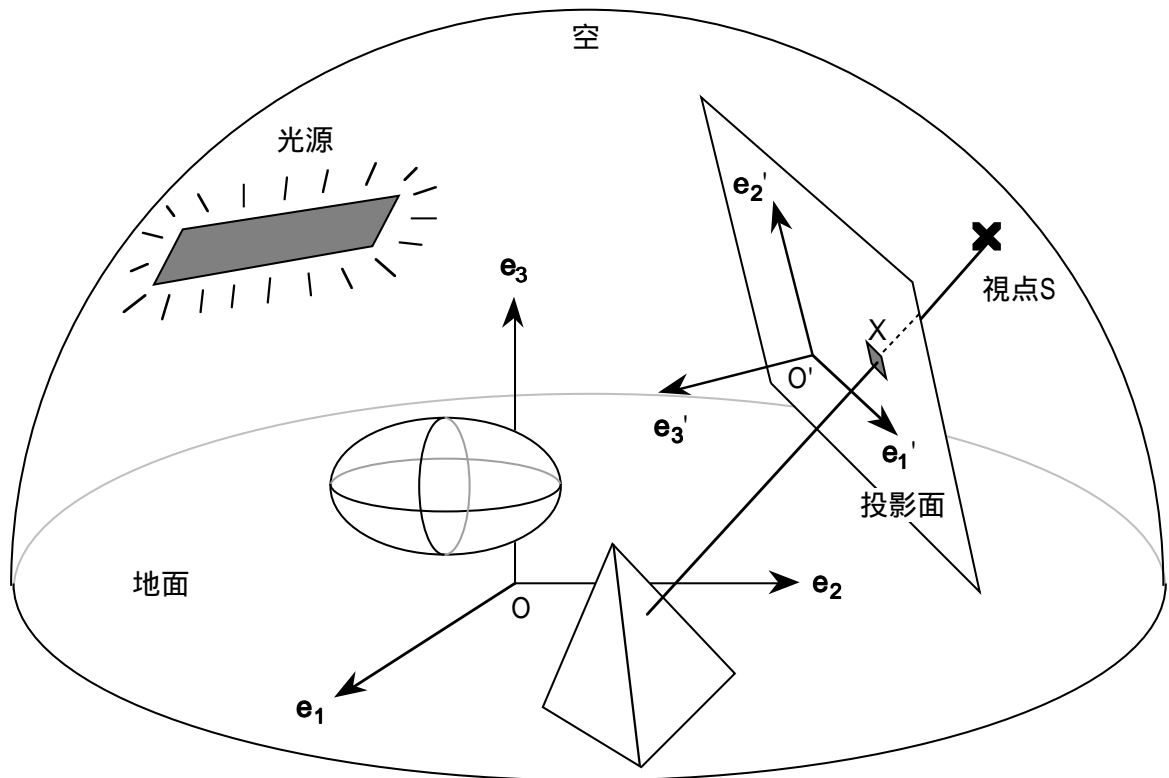


図7 ワ - ルド座標系と投影面の座標系

[2日目] レイ(光線)の追跡

以下の操作を投影面上の全画素について行う。

- ・視点と投影面上の各画素を結ぶ半直線(これがレイ(光線)に相当する)と物体との交点を求める。

平面と直線の交点は、視点を  $S = (s_1, s_2, s_3)$  とし、画素の中心を  $X = (x_1, x_2, x_3)$  とすると、この2点を通る直線L

$$l_1 = s_1 + (x_1 - s_1)t, \quad l_2 = s_2 + (x_2 - s_2)t, \quad l_3 = s_3 + (x_3 - s_3)t \quad (t \text{ はパラメータ})$$

と平面  $ax + by + cz + d = 0$  との交点は、

$$t^* = \frac{-(as_1 + bs_2 + cs_3 + d)}{a(x_1 - s_1) + b(x_2 - s_2) + c(x_3 - s_3)}$$

で与えられる。また、この直線Lと一般の2次曲面  $ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + eyz + fzx + gx + hy + iz + j = 0$  との交点は2次方程式  $At^2 + Bt + C = 0$  の実数解として与えられ、

$$A = a(x_1 - s_1)^2 + b(x_2 - s_2)^2 + c(x_3 - s_3)^2 + d(x_1 - s_1)(x_2 - s_2) + e(x_2 - s_2)(x_3 - s_3) + f(x_3 - s_3)(x_1 - s_1)$$

$$B = 2\{as_1(x_1 - s_1) + bs_2(x_2 - s_2) + cs_3(x_3 - s_3)\} + d\{s_2(x_1 - s_1) + s_1(x_2 - s_2)\} + e\{s_3(x_2 - s_2) + s_2(x_3 - s_3)\} + f\{s_1(x_3 - s_3) + s_3(x_1 - s_1)\} + g(x_1 - s_1) + h(x_2 - s_2) + i(x_3 - s_3)$$

$$C = as_1^2 + bs_2^2 + cs_3^2 + ds_1s_2 + es_2s_3 + fs_3s_1 + gs_1 + hs_2 + is_3 + j$$

である。

ここで、後の計算に必要な交点は、視点から出た光線が初めて物体と交差する点



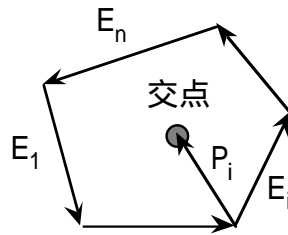


図8 凸多角形の内部点の判定方法

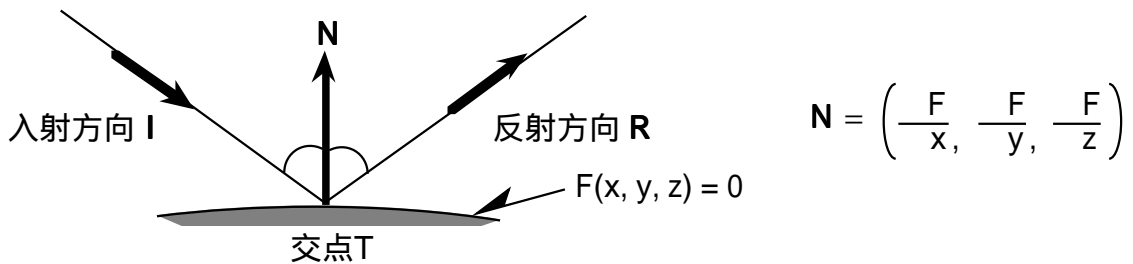


図9 鏡面反射のモデル

のみであることに注意する。また、対象が多角形の場合には領域の内外判定を別に行う必要があるが、凸多角形に限れば、 $n$ 角形の各辺のベクトル $E_i$  ( $i=1 \sim n$ . 向きは時計回りか反時計回りに固定する) とそのベクトルの始点と交点を結ぶベクトル $P_i$ の外積 $E_i \times P_i$ の向きを調べることにより判定できる(図8参照)。つまり、外積 $E_i \times P_i$ が全ての $i$ で同じ向きならば点 $P$ は内部点、それ以外ならば外部点である。

(注: この段階までのプログラムをチェックするために、交点と視点間の距離に応じて濃度値を割り当てた画像を表示させ、物体の形や表示範囲などを確認しておくが良い)

- 物体は全て不透明物体とし、鏡面反射光のみを考えてレイを追跡する。

ここでは、反射光の強さは物体固有の反射率に比例するため、まず、各物体ごとに反射率を定義する。次に、反射方向 $R$ を求めるが、これは、入射方向に平行な単位ベクトルを $I$ とし、交点 $T$ における曲面の外向き単位法線ベクトルを $N$ とすると、

$$R = 2(-I \cdot N)N + I \quad (\cdot \text{ は内積を表す})$$

で与えられる(図9参照)。

- レイが光源、空または地面に到達した時、あるいは光の強さが十分に減衰した時に上記操作を終了し、追跡したレイを逆にたどって投影面上の画素の濃度値を決定する。

大気中や物体中を通過する際の光の強さは、 $1-D$  ( $D$ :減衰率(1))を比例定数として、進んだ距離の二乗に反比例する。また、空は完全拡散面(どの方向から見ても同じ明るさ)とし、地面も同様に完全拡散面とするが、場所に応じて明るさを変化させてチェッカーボード模様などを描いておくと、後の物体のアフィン変換の実験の際に、座標値の大きさの目安になって便利である。

ただし、上記の計算量が膨大になる場合には、反射を適当な回数で打ち切る。その際には、物体表面への他の物体の映り込みなどに注目し、それが影響を受けない

程度の回数に設定する。

### [ 3,4日目 ] 物体のアフィン変換と透明物体への対応

- 物体のアフィン変換（回転、拡大縮小、平行移動）を行う。ここで、原点を通る任意方向の軸周りの回転行列は、軸の方向と平行な単位ベクトルを  $U = (u_1, u_2, u_3)$  とすると、

$$\begin{pmatrix} u_1^2(1 - \cos \theta) + \cos \theta & u_1 u_2(1 - \cos \theta) - u_3 \sin \theta & u_1 u_3(1 - \cos \theta) + u_2 \sin \theta \\ u_1 u_2(1 - \cos \theta) + u_3 \sin \theta & u_2^2(1 - \cos \theta) + \cos \theta & u_2 u_3(1 - \cos \theta) - u_1 \sin \theta \\ u_1 u_3(1 - \cos \theta) - u_2 \sin \theta & u_2 u_3(1 - \cos \theta) + u_1 \sin \theta & u_3^2(1 - \cos \theta) + \cos \theta \end{pmatrix}$$

で与えられる。ただし、 $\theta$  の符号は、回転軸の正方向に先端を向けた右ネジが締まる方向が正である。

- 透過光も考慮してレイトレーシングを行う。具体的には、スネルの法則とフレネルの法則（図6参照）に従って屈折の計算を行う。ここで、物体内の反射では法線方向に注意して計算すること。

### 備考

- 画像表示、保存のサンプルプログラムを

/ pub1 / jikken / CG / sample.c

に用意してあるので、参考のこと。

- サッカーボール（切頭20面体）の頂点の座標リストを以下のディレクトリに用意しているの、必要に応じて使うこと。

/ pub1 / jikken / CG / soccer.txt

内容は以下の通りである。

面の数

面番号 面を構成する頂点数 面を構成する頂点番号 . . .

. . .

頂点数

頂点番号 頂点のX座標 頂点のY座標 頂点のZ座標

. . .

## 4. レポートの書き方

レポートには以下の項目を必ず含むこと。また、考察を重点的に書くこと。

- まえがき（目的など）
- 実験方法

レイトレーシング法の説明は、要点を押さえていれば大まかで良い。ただし、実験条件、特に全体に共通の基本的な実験パラメータについてここに明記する。例えば、定義した物体や投影面などは、3面図を用いて各々の位置関係が直感的に分かり易いように工夫して説明する。また、後の考察に関係のある実験パラメータの記号などをここで定義しておくが良い。

#### c. 実験結果と考察

画像は、 / pub1 / jikken / CG / report / (実施年度) / の下に、ディレクトリ名を学籍番号としたディレクトリを作成し、その中にpgm形式\*のファイルとして保存すること。また、その画像を生成したプログラムも同じディレクトリに保存すること。なお、画像、プログラムとも印刷は不要である。

( \* 1. バイナリファイルを作成(0 ~ 255の値に正規化済)

2. rawtopgm (横のサイズ) (縦のサイズ) oldfile > newfile

注：必ずxv等で画像を表示させて確認すること。

サンプルプログラム中のFileSaveByPGM関数を用いて画像を保存した場合には上記2の操作は必要ない。)

レポートには、図番号とタイトルを書いた後に、詳細な実験条件を記すこと。なお、考察の無い画像は不要である。

#### 考察項目

- ・ 実験パラメータの値の違いと作成された画像の違い、および、その理由。  
( 上記項目については、各自適当に数種類 (3種類以上) のパラメータを選び、各々を独立に変化させた時の結果画像を比較して行うこと。ただし、選択されたパラメータの種類も採点対象とする )
- ・ これまでに考案され、使用されている物体形状の編集手法 (ソフトウェア、ハードウェア) を挙げよ。
- ・ 雑誌、映画、TVなどで見かけるCGに用いられている手法を例と共に示せ。
- ・ CGで作成された画像に、より現実らしさを与えるためには何が必要か？
- ・ CGを高速に表示するための典型的なハードウェア構成を調査せよ。

#### d. 参考文献

#### e. 感想

## 参考図書

中嶋正之 (監修) : 「3次元CG」, オーム社 (1994).